

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра МИС и ПО

**Методические указания к самостоятельной работе**  
по дисциплине "Дискретная математика" для направления подготовки/специальности  
09.03.02 Информационные системы и технологии направленности/специализации  
Геоинформационные системы

Мурманск  
2020 г.

**Оглавление**

Введение	Стр. 3
Тематический план	Стр. 4
Содержание и методические указания к изучению тем дисциплины	Стр. 5
Тема 1. Теория множеств	Стр. 5
Тема 2. Комбинаторика	Стр. 5
Тема 3. Алгебраические структуры	Стр. 6
Тема 4. Классические алгебраические структуры	Стр. 7
Тема 5. Теория графов	Стр. 8
Тема 6. Алгоритмы на графах, деревья	Стр. 8
Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины "Дискретная математика".	Стр. 10

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Дискретная математика» является базовой дисциплиной естественно-научного цикла учебного плана. Целью изучения дисциплины «Дискретная математика» является подготовка бакалавров в соответствии с рабочим учебным планом направления подготовки/специальности 09.03.02 Информационные системы и технологии направленности/специализации Геоинформационные системы, что предполагает освоение обучающимися теоретических знаний, их интеллектуальное развитие, формирование математического мышления, необходимого человеку для полноценной жизни в обществе, формирование представлений об идеях и методах дискретной математики, о математике как форме описания и методе познания действительности, обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин, формирование навыков самообразования.

Самостоятельной работе по изучению дискретной математики в вузе отводится значительная доля учебного времени. В качестве самостоятельной работы в течение всего курса обучения предусматривается:

- 1) изучение теоретического материала при подготовке к занятиям;
- 2) выполнение домашних заданий по всем темам практических занятий;
- 3) выполнение расчетно-графических работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины;
- 4) закрепление теоретического материала при подготовке к сессии.

Данные методические указания предназначены для помощи студентам в процессе их самостоятельной работы по изучению части курса дискретной математики. Эти указания должны дать студентам представление о структуре предлагаемого к изучению курса, а также о содержании материала, объеме часов, выделяемых на самостоятельную работу. По каждой теме студентам предлагаются методические указания, требования, предъявляемые к нему, после изучения данной темы, список рекомендуемой учебной литературы и вопросы для самопроверки.

### ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Содержание разделов (модулей), тем дисциплины	Количество часов, выделяемых на самостоятельную работу по форме обучения	
	Очная	Заочная
1. Теория множеств	6	12
2. Комбинаторика	6	18
3. Алгебраические структуры	8	30
4. Классические алгебраические структуры	8	20
5. Теория графов	6	10
6. Алгоритмы на графах, деревья	10	21
Итого:	44	111

## СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

### Тема 1. Теория множеств

При изучении темы особое внимание необходимо уделить способам задания множеств, действиям с множествами, бинарным отношениям на множествах, действиям с бинарными отношениями, понятию функции и его частным случаям, отношениям эквивалентности, разбиениям множества и факторизации по отношению эквивалентности, отношениям порядка на множестве и конструкции замыкания бинарных отношений относительно заданного свойства.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- понятие множества и способы его задания;
- определение действий с множествами;
- определение декартова произведения множеств;
- определение отношений на множествах и действий с отношениями;
- основные виды бинарных отношений;
- понятие функции и его частные случаи;
- отношения эквивалентности и разбиения на множествах, связь между ними;
- конструкцию факторизации множества по отношению эквивалентности;
- отношения порядка на множестве и их основные виды;
- минимальные, максимальные, наименьшие и наибольшие элементы упорядоченного множества;
- понятие замыкания бинарного отношения относительно свойства;
- описание замыканий бинарных отношений относительно классических свойств;

*уметь:*

- производить действия с множествами;
- задавать бинарные отношения на множествах различными способами;
- факторизовать множества по отношению эквивалентности;
- проверять бинарные отношения на наличие классических свойств;
- находить минимальные и максимальные, наименьшие и наибольшие элементы упорядоченного множества;
- строить диаграмму Хассе для отношения порядка;
- находить замыкания бинарных отношений относительно классических свойств и их комбинаций;

*владеть* методами теории множеств и бинарных отношений.

Вопросы для самопроверки.

1. Понятие множества. Операции на множествах и их основные свойства.
2. Декартово произведение множеств.
3. Отношения на множествах, виды отношений, композиция отношений.
4. Отношения порядка.
5. Отношения эквивалентности. Факормножество.
6. Отображения и их виды.
7. Мощность множества и ее свойства.

### Тема 2. Комбинаторика

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основным понятием комбинаторики, таким, как комбинаторные конфигурации и их виды, схемы выбора с возвращением и

без возвращения, правила суммы и произведения, биномиальные коэффициенты, треугольник Паскаля и биномиальная формула Ньютона, разбиения и связанные с ними числа Стирлинга и Белла, принцип включения и исключения, производящие ряды и функции.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- основные виды комбинаторных задач;
- основные виды комбинаторных конфигураций;
- биномиальные коэффициенты и их свойства;
- разбиения;
- числа Стирлинга первого и второго рода;
- числа Белла;
- принцип включения и исключения;
- производящие функции и их применение в простейших случаях;

*уметь:*

- вычислять количества комбинаторных конфигураций определенного вида в простейших случаях;
- находить числа Стирлинга и Белла;
- использовать правило суммы и произведения;
- использовать принцип включения и исключения;
- применять формулы обращения;
- применять производящие функции в простейших случаях;

*владеть* основными понятиями и методами комбинаторики.

Вопросы для самопроверки.

1. Правила суммы и произведения.
2. Размещения, перестановки и сочетания без повторений.
3. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.
4. Бином Ньютона.
5. Треугольник Паскаля.

### **Тема 3. Алгебраические структуры**

При изучении темы особое внимание необходимо уделить знанию основных понятий общей алгебры, таких, как алгебраические операции, алгебры, гомоморфизмы алгебр, подалгебры, системы образующих, конгруэнции, факторалгебры, теорема о гомоморфизме, свободные алгебры, задание алгебр образующими и соотношениями, тождества и многообразия алгебр.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- понятие алгебраической операции;
- понятие алгебры;
- понятие гомоморфизма алгебр;
- понятие подалгебры;
- понятие системы образующих алгебры;
- понятия конгруэнции и допустимого разбиения, связь между ними;
- понятие факторалгебры;
- теорему о гомоморфизме алгебр;
- понятие свободной алгебры;

- задание алгебры образующими и соотношениями;
- понятие тождества, идеала тождеств и многообразия алгебр;

*уметь:*

- описывать алгебраические операции таблицами;
- производить вычисления в алгебрах;
- находить гомоморфизмы алгебр;
- описывать подалгебры заданной алгебры;
- находить системы образующих заданной алгебры;
- находить факторалгебры;
- проверять выполнение тождества в заданной алгебре;

*владеть* основными понятиями, методами и алгоритмами общей алгебры.

Вопросы для самопроверки.

1. Алгебраическая операция.
2. Алгебра.
3. Гомоморфизм алгебр.
4. Подалгебра.
5. Система образующих алгебры.
6. Конгруэнция.
7. Факторалгебра.
8. Теорема о гомоморфизме.
9. Свободная алгебра заданного типа.
10. Задание алгебры образующими и соотношениями.
11. Тождество алгебры.
12. Многообразие алгебр.

#### **Тема 4. Классические алгебраические структуры**

При изучении темы особое внимание необходимо уделить знанию основных понятий классических алгебраических теорий, таких, как группы, кольца, тела и поля, модули и линейные пространства.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- классические алгебраические структуры;
- понятие полугруппы;
- понятие моноида;
- понятие группы;
- понятие ассоциативного кольца;
- понятия тела и поля;
- понятие модуля над ассоциативным кольцом;
- понятие линейного пространства над полем.

*уметь:*

- соотносить основные понятия классических алгебраических теорий с соответствующими понятиями общей алгебры;
- производить вычисления в классических алгебраических структурах;
- находить подгруппы групп;
- находить подкольца и идеалы колец;
- находить подмодули модулей;
- факторизовать группу по нормальной подгруппе;
- факторизовать кольцо по идеалу;
- факторизовать модуль по подмодулю;

- определять гомоморфизмы и изоморфизмы классических алгебраических структур.  
*владеть* основными понятиями и методами классических алгебраических теорий..

Вопросы для самопроверки.

1. Полугруппа.
2. Моноид.
3. Группа.
4. Ассоциативное кольцо.
5. Тело.
6. Поле.
7. Модуль над ассоциативным кольцом.
8. Линейное пространство над полем.

### Тема 5. Теория графов

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основным понятиям теории графов, таким, как понятие графа, понятие гомоморфизма графов, способы задания графов, степени и полустепени вершин графа, маршруты, пути, цепи и циклы в графе, понятия связности и достижимости, эйлеровы и гамильтоновы графы.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*

- определение графа, основные виды графов;
- способы задания графов;
- гомоморфизмы графов и их частные случаи;
- понятия маршрута, пути, цепи и цикла в графе;
- понятие подграфа;
- понятие базисного подграфа данного графа;

*уметь:*

- задавать граф стандартными способами;
- проверять графы на изоморфность;
- проверять графы на планарность;
- находить в графе базисные подграфы;

*владеть* методами теории графов.

Вопросы для самопроверки.

1. Понятие графа.
2. Понятия мультиграфа и псевдографа.
3. Способы задания графов.
4. Преобразования графов.
5. Операции с графами.
6. Степени и полустепени вершин графа.
7. Планарный граф.
8. Отношение связности для вершин графа. Связный граф.
9. Расстояние в неориентированном графе.

### Тема 6. Алгоритмы на графах. Деревья

При изучении темы особое внимание необходимо уделить основным понятиям: маршрута, пути, цепи и цикла в графе, понятия связности и достижимости, эйлерова и гамильтонова графов, дерева, кодирования деревьев векторами.

Изучив данную тему, студент должен:

*знать:*



- понятия достижимости и связности в графе;
- эйлеровы графы и теорему Эйлера;
- гамильтоновы графы;
- понятие дерева и основные свойства деревьев;
- представление деревьев векторами по Прюферу;
- теорему Кэли;

*уметь:*

- проверять граф на эйлеровость;
- проверять граф на гамильтоновость;
- кодировать дерево вектором;
- по вектору строить соответствующее дерево;

*владеть* методами и алгоритмами теории графов.

Вопросы для самопроверки.

1. Маршруты, цепи и циклы.
2. Отношение связности для вершин графа. Связный граф.
3. Расстояние в неориентированном графе.
4. Эйлеровы цепи и графы.
5. Гамильтоновы графы.
6. Деревья и их свойства.

**ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»**

**Основная литература:**

1. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики : от перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 1. Основные структуры ; Методы перечисления ; Булевы функции. – М. : URSS : ЛИБРОКОМ, [2012].

2. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики : от перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 2. Графы ; Алгоритмы ; Коды, блок-схемы, шифры. – М. : URSS : ЛИБРОКОМ, [2012].

3. Казанский А.А. Дискретная математика. Краткий курс: учебное пособие [Электронный ресурс]. – М. : Проспект, 2016.

URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785392195459.html>.

4. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебник / Под ред. В.М. Курейчика. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014.

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115759.html>.

5. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс]. – Издание 2-е, исправленное. – М. : Техносфера, 2012.

URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785948363035.html>.

**Дополнительная литература:**

6. Иванов Б.Н. Дискретная математика : алгоритмы и программы : расширенный курс [от настоящего программиста] : учеб. пособие для вузов. – М. : Известия, 2011 и др. годы.

7. Абрамов С.А. Лекции о сложности алгоритмов. [Электронный ресурс]. – М.: МЦНМО, 2009.

URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940574330.html>.

8. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств [Электронный ресурс]. – 3-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2008. URL:

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940573210.html>.

9. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104777.html>.

Туганбаев А.А. Теория колец. Арифметические модули и кольца [Электронный ресурс]. – М.: МЦНМО, 2009. URL:

<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785940575559.html>